

Die verborgene Ordnung im hochdimensionalen Zufall

Wenn wir an Zufall denken, denken wir meist an Unordnung. Je mehr Einflussgrößen hinzukommen, desto größer müsste dieses Chaos eigentlich werden. Genau diese Vorstellung führt in die Irre. In sehr hochdimensionalen Räumen entstehen vielmehr überraschend stabile Strukturen. Der Zufall wird nicht nur komplizierter – er entwickelt Eigenschaften, die in zwei oder drei Dimensionen kaum vorstellbar sind.

Ein aktueller mathematischer Durchbruch macht dieses Phänomen besonders anschaulich. Drei Mathematiker – Dongming Hua, Antoine Song und Stefan Tudose – haben offenbar eine mehr als 30 Jahre alte Vermutung des französischen Mathematikers Michel Talagrand bewiesen. Die Arbeit liegt bislang als Preprint vor, wird in der mathematischen Fachwelt aber bereits als bedeutend eingeschätzt.

Talagrands Ausgangsproblem stammt aus der hochdimensionalen Geometrie. Vereinfacht gefragt: Kann man aus einer sehr unregelmäßigen, zufälligen Punktmenge durch eine feste Zahl mathematischer Operationen eine geordnetere, konvexe Struktur erzeugen – und zwar unabhängig davon, ob der Raum zehn, hundert oder tausend Dimensionen besitzt?

Das Überraschende ist die Antwort: Offenbar genügen drei Schritte.

Gerade die Unabhängigkeit von der Zahl der Dimensionen ist bemerkenswert. Denn hochdimensionale Räume verhalten sich völlig anders als unsere gewohnte Erfahrungswelt. Schon einfache geometrische Vorstellungen verlieren dort ihre Gültigkeit.

Ein Beispiel sind Abstände. Intuitiv könnte man erwarten, dass in einem Raum mit Tausenden Dimensionen die Entfernungen zwischen zufällig gewählten Punkten besonders stark schwanken. Tatsächlich geschieht häufig das Gegenteil: Viele Abstände werden zunehmend ähnlich. Der Abstand verliert damit teilweise seine Fähigkeit, Datenpunkte voneinander zu unterscheiden.

Das ist kein exotisches mathematisches Problem. Moderne Datenverarbeitung findet ständig in solchen hochdimensionalen Räumen statt.

Ein digitales Bild mit Millionen Pixeln lässt sich als Punkt in einem Raum mit Millionen Merkmalen auffassen. Ein Kunde kann durch Hunderte Eigenschaften beschrieben werden – Kaufhäufigkeit, Produktgruppen, Preise, Zeitpunkte, Zahlungsmethoden oder Reaktionsmuster. Und auch moderne Sprachmodelle arbeiten mit hochdimensionalen mathematischen Repräsentationen von Wörtern, Sätzen und Bedeutungszusammenhängen.

KI operiert damit in Räumen, die sich unserer unmittelbaren Vorstellung vollständig entziehen.

Gerade deshalb ist eine zentrale Erkenntnis der modernen Wahrscheinlichkeitstheorie so wichtig: **In hohen Dimensionen entstehen neue Formen von Ordnung.**

Ein wesentliches Phänomen ist die sogenannte Konzentration von Wahrscheinlichkeiten. Viele Zufallsgrößen verhalten sich in hohen Dimensionen weniger chaotisch, als man

erwarten würde. Große Gruppen einzelner Zufallseinflüsse können sich gegenseitig ausgleichen. Bestimmte Werte konzentrieren sich stark um typische Bereiche.

Das erinnert entfernt an das Gesetz der großen Zahlen: Viele einzelne Zufallseinflüsse können gemeinsam erstaunlich stabile Ergebnisse erzeugen. In hochdimensionalen Räumen tritt diese Konzentration jedoch in besonders ausgeprägten und teilweise überraschenden Formen auf.

Genau hier liegt die Verbindung zur **künstlichen Intelligenz**.

Maschinelles Lernen versucht, aus gewaltigen Mengen hochdimensionaler Daten Strukturen herauszufiltern. Das wäre kaum möglich, wenn diese Räume tatsächlich nur aus vollständig unstrukturiertem Chaos bestünden. Erfolgreiches Lernen setzt voraus, dass sich trotz der enormen Zahl von Merkmalen Regelmäßigkeiten finden lassen.

Das Talagrand-Problem zeigt genau diesen grundlegenden Gedanken: Selbst aus komplizierten Zufallsstrukturen kann sich unter bestimmten Bedingungen eine überraschend einfache Ordnung ergeben.

Interessant ist auch, wie der neue Beweis zustande kam. Der entscheidende Fortschritt bestand offenbar darin, das ursprünglich geometrische Problem in die Sprache der Wahrscheinlichkeitstheorie zu übersetzen. Dort standen plötzlich andere mathematische Werkzeuge zur Verfügung.

Das ist möglicherweise ebenso lehrreich wie der eigentliche Beweis. Wissenschaftliche Durchbrüche entstehen nicht immer durch kompliziertere Rechnungen. Manchmal entsteht der Fortschritt dadurch, dass ein Problem in einer anderen Sprache formuliert wird.

Bemerkenswert ist zudem die Rolle künstlicher Intelligenz in diesem Prozess. Die Forscher nutzten ein großes Sprachmodell, um Methoden und Literatur aus angrenzenden mathematischen Gebieten zu erschließen. Die KI ersetzte dabei nicht den Mathematiker. Sie half vielmehr, Verbindungen zwischen Wissensgebieten sichtbar zu machen, die für einen einzelnen Forscher nur schwer vollständig zu überblicken sind.

Gerade darin könnte eine wichtige zukünftige Rolle von KI in der Wissenschaft liegen.

Der hochdimensionale Zufall ist deshalb weit mehr als ein abstraktes mathematisches Spezialgebiet. Er berührt eine grundlegende Frage der digitalen Welt: **Wie kann aus ungeheuren Mengen von Daten überhaupt verlässliche Struktur entstehen?**

Die Antwort ist überraschend. Mehr Dimensionen bedeuten nicht zwangsläufig mehr Unordnung. In sehr großen Datenräumen entstehen vielmehr eigene Gesetzmäßigkeiten.

Man könnte es deshalb etwas zugespitzt formulieren:

Moderne künstliche Intelligenz funktioniert nicht nur trotz des hochdimensionalen Zufalls. Sie funktioniert auch deshalb, weil dieser Zufall eine verborgene Ordnung besitzt.

Quellen:

Süddeutsche Zeitung, 8.9.2026

Hua, D. M., Song, A. & Tudose, S. (2026): *On Talagrand's Convexity Conjecture*. arXiv:2605.10908. [Preprint bei arXiv](#)

Howlett, J. (2026): *'Sensational' proof topples decades-old geometry problem*. Scientific American, 19. Mai 2026. [Artikel bei Scientific American](#)

Talagrand, M. (1995): *Concentration of measure and isoperimetric inequalities in product spaces*. Publications Mathématiques de l'IHÉS, 81, S. 73–205.